Série 1 –Propriété des fluides

Exercice N°1

À partir de l'équation d'état d'un gaz idéal, on a : $r = R/M$ où R est la constante des gaz parfaits ($R = 8{,}32 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) et M est la masse molaire de l'hélium ($M = 4{,}003 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) et donc $r = 2077 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. La masse volumique peut alors être calculée :

$$\rho = \frac{P}{rT} = \frac{101 \times 10^3}{2077 \times (15 + 273)} = 0{,}169 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Ainsi que le poids : $P = \rho g V = 0{,}169 \times 9{,}81 \times 9 \times 10^4 = 1{,}49 \times 10^5 \text{ N}$

Exercice N°2

On a $\tau_{\text{surface}} = \mu \left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0}$ où $\mu = \nu \rho$.

Or $\frac{du}{dy} = \frac{\pi}{2}\frac{U}{\delta}\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)$ et à $y = 0$, on a $\left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0} = \frac{\pi}{2}\frac{U}{\delta}$

Comme $\rho = d\,\rho_{H_2 0} = 0{,}92 \times 1000 = 920 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

D'où $\tau_{\text{surface}} = \rho \nu \frac{\pi}{2}\frac{U}{\delta} = 920 \times 4 \times 10^{-4} \frac{\pi}{2}\frac{U}{\delta} = 0{,}578 \frac{U}{\delta} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$

Exercice N°3

On a $\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{U}{b}$

Par conséquent : $\tau_1 = \mu_1 \frac{U}{b_1} = 0{,}02 \times \frac{4}{6 \times 10^{-3}} = 13{,}3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$

Et : $\tau_2 = \mu_2 \frac{U}{b_2} = 0{,}01 \times \frac{4}{3 \times 10^{-3}} = 13{,}3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$.

Les deux contraintes visqueuses sont égales sur les parois fixes.

Exercice N°4

Le couple δC causé par la contrainte visqueuse τ sur le cylindre intérieur est égal à $\delta C = R_i \tau\ \delta S$ où $\delta S = (R_i\, \delta\theta) l$ est la surface élémentaire du cylindre interne. Par conséquent : $\dfrac{dC}{d\theta} = R_i^2 l \tau$ et par intégration, on obtient :

$$C = R_i^2 l \tau \int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi R_i^2 l \tau$$

Pour une distribution linéaire de la vitesse dans l'entrefer, on peut écrire :

$$\tau = \mu \frac{R_i \omega}{R_0 - R_i}$$

Donc : $C = \dfrac{2\pi R_i^3 l \mu \omega}{R_0 - R_i}$

D'où à 20 °C : $C = \dfrac{2\pi (0{,}05)^3 (0{,}2)(0{,}1)(30)}{(0{,}0502 - 0{,}05)\ /\ 2} = 4{,}71\ \mathrm{N \cdot m}$

Et à 80 °C : $C = 4{,}71 \dfrac{\mu_{80°C}}{\mu_{20°C}} = 4{,}71 \dfrac{8 \times 10^{-3}}{0{,}1} = 0{,}3768\ \mathrm{N \cdot m}$. Le pourcentage de changement de la valeur du couple est donc $\dfrac{(4{,}71 - 0{,}3768\ )}{4{,}71} \times 100 = 92\%$.

Exercice N°5

$$\rho_1 = \frac{P_1}{rT_1} = \frac{130 \times 10^3}{287 \times (26 + 273)} = 1{,}515\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$$

Par conséquent, la masse de l'air correspondante est :

$$m = 1{,}515 \times 0{,}09 = 0{,}1364\ \mathrm{kg}$$

Donc : $\rho_2 = \dfrac{P_2}{rT_2} \Rightarrow \dfrac{0{,}1364}{0{,}056} = \dfrac{2 \times (130 \times 10^3)}{287 \times \boldsymbol{T_2}}$

D'où : $T_2 = 372\ K$ ou $99\ °C$ et $\rho_2 = \dfrac{0{,}1364}{0{,}056} = 2{,}44\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

Exercice N°6

$\sum F_x = 0 \Rightarrow P\sin\theta - \tau\ S = 0$ où P est le poids de la dalle.

Or $\tau = \mu\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} = (8{,}14 \times 10^{-2})(U_T/0{,}003) = 27{,}1\,U_T$

Donc $18 \times 9{,}81 \times \sin 15° - 27{,}1 \times U_T \times 0{,}3 = 0 \Rightarrow U_T = 5{,}62\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Exercice N°7

$\tau = \mu\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} = \mu\dfrac{r\,\omega}{h}$ sur les deux côtés.

Or : $\mathrm{d}C = 2\,(r\,\tau\,dA) = 2\left\{r\,\mu\dfrac{r\,\omega}{h}2\pi\,r\,\mathrm{d}r\right\} = 4\,\dfrac{\mu\omega\pi}{h}\,(r^3\,\mathrm{d}r)$

D'où : $C = 4\,\dfrac{\mu\omega\pi}{h}\displaystyle\int_0^{r_0}(r^3\,\mathrm{d}r) = 4\,\dfrac{\mu\omega\pi}{h}\left[\dfrac{r^4}{4}\right]_0^{r_0} = \dfrac{\mu\omega\pi\,r_0^4}{h}$